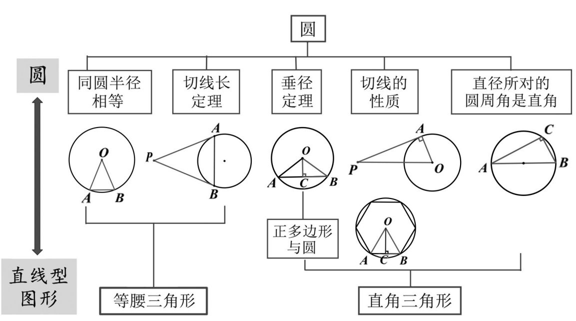
《圆》的难点突破
——与圆有关的角分析

北京师范大学三帆中学朝阳学校教师 周 旋

在解决与圆有关的问题时，证明两个角相等是常见的方式．考生常感觉已知条件较多，图形结构复杂，故而找不到思路．下面梳理圆中常见的图形结构，通过对圆的再理解，认识图形，帮助考生积累方法．

圆是一种特殊的曲线图形，确定一个圆有两个要素——圆心和半径，进一步有了弦、弧、直径以及圆心角、圆周角等概念．圆有很多重要的性质，比如垂径定理、圆周角定理，这些性质为证明两个角相等提供了依据．

下图呈现了圆的性质及对应的图形，可以看到圆中蕴含着直线型图形，因此考生对圆的认识和学习要紧密联系直线型图形的性质．



一、圆中常见的基本图形

以圆为载体，根据圆的性质、等腰三角形的性质可以得到相等的角．

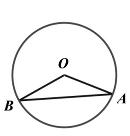


图1

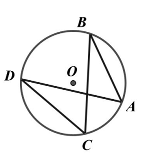


图2

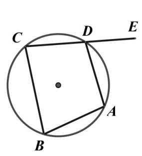


图3

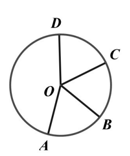


图4

如图1，OA与OB都是$\odot O$的半径，于是有$OA=OB$，因此$\angle A=\angle B$．

如图2，$\angle B$和$\angle D$是弧AC所对的圆周角，根据圆周角定理推论，有$\angle B=\angle D$，同理，有$\angle A=\angle C$．

如图3，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，点E是CD延长线上一点，根据圆内接四边形的对角互补这一性质和邻补角的性质，可以推出$\angle ADE=\angle B$．

如图4，在$\odot O$中，弧AB=弧CD，根据同圆中弧与圆心角的关系，可知$\angle AOB=\angle COD$．

以上图形中存在着相等的角，且都与圆的性质有关，在推导过程中经常被忽略，考生要格外重视．

以圆为载体，根据圆的有关性质也可以得到直角．如图5，根据直径所对的圆周角是直角，可知$\angle C=90°$；如图6，如果AB是$\odot O$的直径，$CE=DE$，根据垂径定理可知$AB\perp CD$于点E；如图7，如果AB是$\odot O$的直径，直线CD是$\odot O$的切线，B是切点，根据切线的性质可知$\angle ABC=90°$．

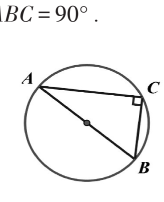


图5

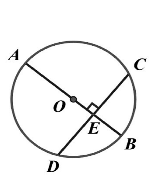


图6

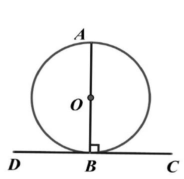


图7

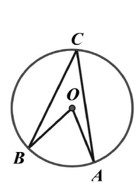


图8

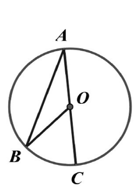


图9

此外，根据圆周角定理，可以得到圆中具有2倍关系的角．在图8中，$\angle AOB=2\angle ACB$；在图9中，$\angle COB=2\angle CAB$．

在与圆有关的导角中，角平分线的定义、平行线的性质、直角三角形的性质也是重要依据．

二、圆中基本图形的一些“组合”

如图10，BC为$\odot O$的直径，$\odot O$的切线AP交CB的延长线于点P．

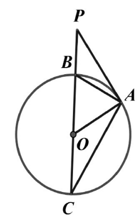


图10

以上条件是圆中直径和一条切线的图形组合，基于以上条件，考生需结合图形，根据相关性质，思考每一个条件带来的结论，由“BC是直径”，可得$\angle BAC=90°$；由“AP是$\odot O$的切线”，可得$\angle OAP=90°$；在图中，$\angle BAC$与$\angle OAP$是一对有公共顶点的角，进一步可推出$\angle BAP=\angle OAC$．

再如图11，OA，OB为$\odot O$的半径，点D是BC的中点，$\odot O$的切线AP交OB的延长线于点P．

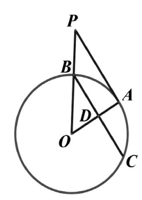


图11

以上条件是圆中垂径定理和圆切线的图形组合，由“点D是BC的中点”和“AP是$\odot O$的切线”，根据圆的性质，可知$\angle PAO$与$\angle BDO$都是直角；结合图中这两个角的位置，可得一组平行线AP与BC，从而推出相等的角$\angle OBC=\angle P$．

以上分析过程中关于角的推导往往是解决问题的关键，也常被考生忽视．通过以上两个问题的分析，考生要逐渐锻炼一边分析条件一边读图的能力．

三、典型题目

【例】如图12，AD为$\odot O$的直径，弦$BC\perp AD$于点E，$\odot O$的切线AP交OB的延长线于点P，连接CD，BD．写出与$\angle BAP$相等的角．

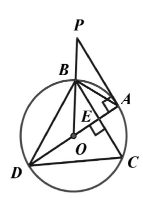
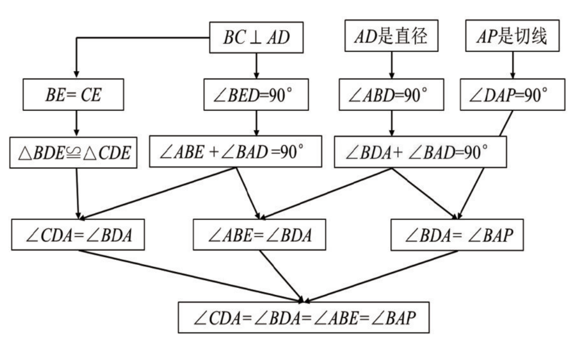


图12

分析：本题条件繁多，考生可以根据图形，思考每个条件可推出的结论，再将已有结论综合推导获得角的关系，具体推导过程如下：



答案：$\angle CDA$，$\angle BDA$，$\angle ABE$，$\angle OBD$

综上，在解决圆中与角有关的问题时，考生首先要关注图形的性质，像等腰三角形、直角三角形等直线型图形的性质在解决圆的问题时依然常用；此外，考生要注意圆特有的性质，要关注到“弧”，这是圆区别于直线型图形的元素，从而关注到与弧有关的角，比如同圆中弧与圆心角之间的关系．其次，考生要重视图形的生成过程，解题思路往往是在图形生成过程中逐渐形成的，在图形的生成过程中，利用已知条件，根据图形性质，获得相等的角．最后，分析图形的结构，综合已知条件和已有结论，进行角的推导，逐步解决问题．

欧姆定律在串联电路中的应用

北京市门头沟区教育研修学院教研员 郭 勇
北京市大峪中学分校教师 王艺虹

欧姆定律是初中物理电学中最重要的知识，但初学者常常记住了公式却用不对，背下了内容却不理解。希望考生通过本文的阅读能够加深对欧姆定律的理解，从容应对相关考题。

图1电路为串联电路，根据串联电路电流电压的规律，可知$I=I_1=I_2$，$U=U_1+U_2$，结合欧姆定律$I=U/R$可推导$IR=I_1R_1+I_2R_2$，由于电流相等可约分得到$R=R_1+R_2$，这是串联电路中常用的电阻规律。结合欧姆定律进一步分析电流规律，可得$I=U_1/R_1=U_2/R_2$，变形后可得$U_1/U_2=R_1/R_2$。根据这个式子可以得知，串联电路中两个电阻各自分到的电压之比等于其阻值之比，阻值较大的电阻会分得较大的电压。可以简单记忆为串联“正比分压”。

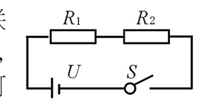


图1

下面结合串联电路中的比例规律来解决几个常见问题。

一、电路故障分析

在学习电压表使用方法时，我们知道电压表可以直接接在电源两端测电源电压，如图2所示。但是在电路故障的分析中，有一种情况却不易理解。如图3所示，灯泡L_1和L_2串联，电流表测电路中的电流，电压表测灯泡L_2两端电压。若灯泡L_2断路，两个电表的示数有何变化？

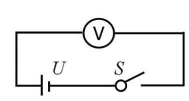


图2

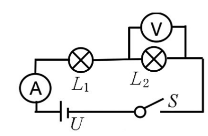


图3

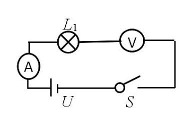


图4

考生可进行电路分析，若灯泡L_2断路，图3电路可简化为图4电路。此时相当于灯泡L_1与电压表串联。而实验室常用的小灯泡的电阻约为5Ω，电压表的电阻约为几千欧姆，由于总电阻等于两部分电阻之和，电路中的电流非常小，电流表指针几乎不偏转。而小灯泡与电压表的阻值相比悬殊，根据正比分压的规律，电压表几乎分得了全部电压，此时电压表的示数约为电源电压。因此，掌握串联电路中的分压规律有助于理解电路故障这一情形。

二、动态电路分析

应用“串联电路，正比分压”这一规律还可以解释电路的变化情况，例如图5：电源电压不变，假设灯丝电阻不随温度发生变化，试判断滑动变阻器滑片向右滑动时电流表、电压表的变化情况。

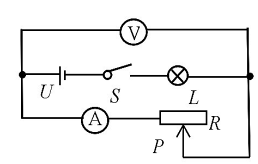


图5

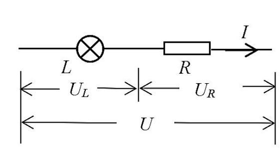


图6

考生先要识别出图5是一个串联电路，电压表测滑动变阻器的电压，而滑片向右滑动时变阻器阻值变大。考生可以画出其对应的等效电路图，见图6。这一基础工作很重要。根据欧姆定律得出：变阻器阻值变大，灯的电阻不变，则电路的总电阻变大，而总电压不变，根据欧姆定律可得出电流表示数变小。另外，也可以根据“串联电路，正比分压”，即阻值大的电阻分得的电压高，灯L的阻值不变，而变阻器阻值变大，则变阻器分得的电压份额也会提高，所以电压表示数变大。

综上所述，考生要记住串联电路电压、电流和电阻的特点，依据欧姆定律导出电压与电阻成正比$U_1/U_2=R_1/R_2$，即串联电路中阻值较大的电阻会分得较大的电压。考生还要结合具体的串联电路分析，充分进行变式训练，提高答题正确率。