

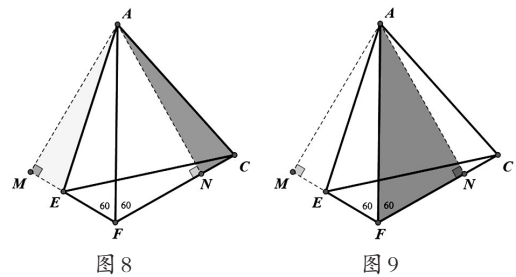
数学： 由角到线想构造 “圆”来更简单

北京市朝阳区外国语学校教师 郝永军

(续11月12日第1666期)

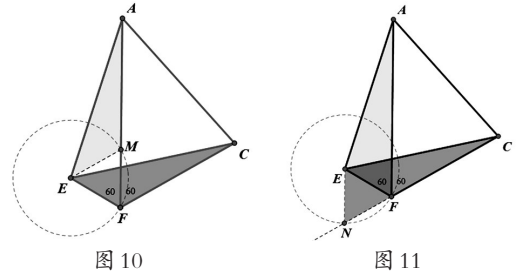
由角平分线想到从角平分线上的点向两边作垂线的模型,或由共顶点等边和 60° 角想到构造“手拉手模型”,都是比较常见的联想.

先来看第一个思路,从角平分线入手,过点 A 作 FE 和 FC 的垂线(如图8),通过全等可以得出线段 $FC+FE=2FN$.再通过含 30° 角的直角三角形(如图9),得出 $FA=2FN$,导出 $FA=FE+FC$,实现“碰头三线”间的转化.



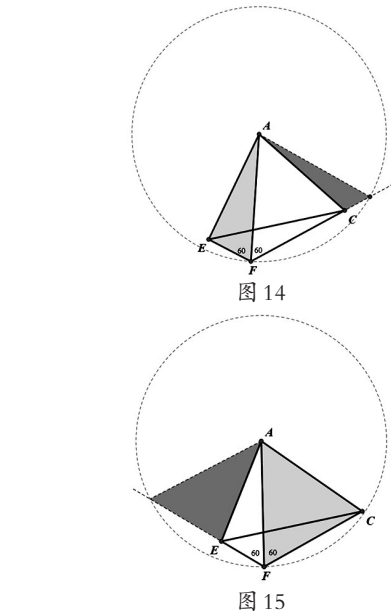
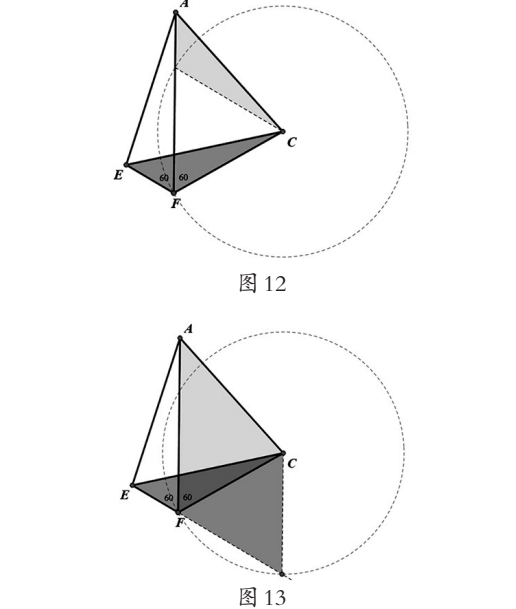
再看第二个思路,由共顶点等边三角形和 60° 角联想到构造旋转全等的基本模型——手拉手模型.

方法1:以点 E 为圆心, EF 为半径作弧交 AF 于点 M (如图10),证 $\triangle EMF$ 是有一个角为 60° 的等腰三角形,可证它为等边三角形,再由边角边证出 $\triangle AEM \cong \triangle CEF$,得出“碰头三线”的关系为 $FA=FE+FC$.图10中的圆 E 还可以与射线 CF 交于点 N ,得到类似的第二种解法,方法2(如图11).



至此,考生可发现“碰头三线”是由其所碰的“头”与一个等边三角形的三个顶点连接所形成的,在方法1和方法2中,是以等边三角形的一个顶点为圆心,“碰头三线”中的某一条线为半径作圆,与另两条线中的一条相交形成一个新的等边三角形,通过旋转全等得出“碰头三线”的和的关系.

在总结过程中,你有什么新的发现吗?是不是感觉等边三角形三个顶点的地位似乎相同?新的等边三角形可以有其他作法吗?我们不妨试一试,下面就是其他4种解法,称之为方法3(如图12)、方法4(如图13)、方法5(如图14)、方法6(如图15).



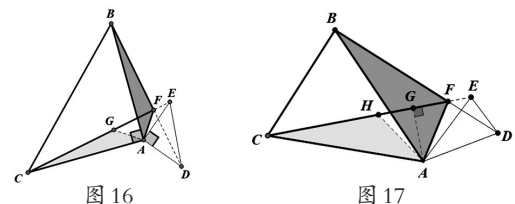
反思解题思维过程,由图形中的角入手,再把图中角都表示出来,就发现了等角,从而发现相等的线段,为构造全等三角形和等边三角形创造了条件.认识由角—线段—典型整体图形的思考方法为考生添加辅助项构造新图形提供了思路.

从上面的解题过程可以看出,“碰头三线”与一个等边三角形的三个顶点连接所形成的四边形及其对角线之间有一定的数量关系存在.考生可思考,这个结论放到其他图形中能成立吗?比如,问题变成这样:

【变式1】已知:如图16, $\triangle CAB$ 和 $\triangle DAE$ 均为等腰直角三角形, $\angle CAB = \angle DAE = 90^\circ$, EC 与 BD 相交于点 F ,连接 AF .

求证: $CF = \sqrt{2}AF + FB$.
分析: $\triangle CAB$ 和 $\triangle DAE$ 均为等腰直角三角形,由手拉手模型可知 $\triangle CAE \cong \triangle BAD$,得出 $\angle FBA = \angle FCA$,作 $AG \perp FA$ 交 FC 于点 G ,证出 $\triangle CAG \cong \triangle BAF$, $\triangle AGF$ 为等腰直角三角形即可.

在变式1中,“碰头三线”是线段 FC , FA , FB ,它们连接的是一个等腰直角三角形的三个顶点,“碰头三线”是具有某种相等数量关系的,只不过是线段前面的系数有变化,这让我们联想到是不是一般的等腰三角形也有类似的结论呢?



【变式2】已知:如图17, $\triangle ACB$ 和 $\triangle DAE$ 均为等腰三角形, $\angle CAB = \angle DAE = \alpha$, EC 与 BD 相交于点 F ,连接 AF .

求证: $CF = 2AF \sin \frac{\alpha}{2} + BF$.
分析:在图17中, $\triangle ACB$ 和 $\triangle DAE$ 均为顶角相等的等腰三角形,由手拉手模型可知 $\triangle CAE \cong \triangle BAD$,得出 $\angle FBA = \angle FCA$.作 $AH = AF$, $AG \perp FC$ 于点 G ,即可证出结论.

整体看上述一个问题两个变式,从计算图形的角度入手,发现问题图形是要解决“三线碰头”问题,解法可按照之前的分析,从角—线段—典型图形的思路,看成构造等腰(边)三角形,也可看成是截长或补短,巧妙实现线段之间的转化.

如果站在圆的角度观察上面的问题,就会发现从问题到变式,题目中的四边形都是圆内接四边形.这为考生提供了更简捷的解题方法.

不论从哪个角度思考,考生要学会从复杂图形中提取基本图形,从边角关系入手,发现图形特征,从而抓住问题本质,顺利解决问题. (续完)

在解决问题中完善内化知识 ——以理解电学概念为例

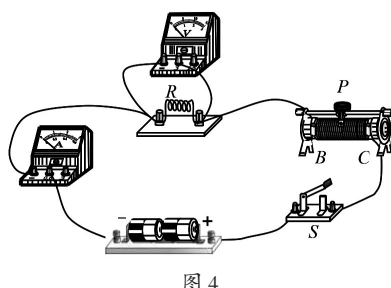
北京市顺义区杨镇第二中学教师 李小征

(续11月12日第1666期)

提升实验技能

电学实验在一定程度上也能帮助考生理解概念,像通过连接串、并联电路的实验操作,做通路、断路和短路等实验,对理解电流、电压有较强的辅助作用.这类实验操作需要一些技能,例如正确连接电路及画电路图,正确使用电流表、电压表,以及识别电路故障等.因此考生要认识电路的基本组成及各元件的作用,会画电路图和实物图,能够识别各种电路,在此基础上才能进行电学实验研究和学习.

【例2】实验小组要进行电学实验,要求用滑动变阻器控制通过电阻 R 的电流大小,电流表测量通过电阻 R 的电流大小,电压表测量电阻 R 两端的电压大小.某同学连接了图4所示的实物图,根据课上学习的知识,他的连接存在哪些问题?请你帮他提出改正建议.



【答案】
(1)闭合开关前,滑动变阻器滑片应放置在最左(B)端(保护电路).
(2)电流表正负接线柱连接接反,应调换接线.

【解析】
考生要先明确实验要求,并掌握电流表、电压表及滑动变阻器使用要求.电流表应串联在电路中,电流从正接线柱流入,从负接线柱流出;电压表应并联在被测电路(电阻 R)两端,电流从正接线柱流入,从负接线柱流出;滑动变阻器需要一上一下接线,可以改变接入电路电阻,从而控制电路电流大小.连接电路时滑动变阻器的滑片应放置在接入电路的阻值最大处保护电路中元件;若不能估计电流、电压大小,为了保护电表,电表应先选用大量程并试触.

掌握探究方法

电阻的概念和实验是本章的重点也是难点,考生应抓住探究实验的三个变量:因变量、自变量和控制变量,熟练运用转化法和控制变量法设计实验.下面通过表3帮助考生梳理此实验.

表3 探究影响电阻大小的因素

因变量		自变量		控制变量
电阻大小	观测方式: 转化成电流大小 连入电流表 电流大,电阻小	长度	改变长度	保持粗细、材料、温度相同
		横截面积	改变粗细	保持长度、材料、温度相同
		材料	改变材料	保持长度、粗细、温度相同
		温度	加热升高温度	保持长度、粗细、材料相同

【例3】某同学在做“探究导体电阻与哪些因素有关”的实验,请帮他完成下列问题.

- (1)怎样比较导体电阻的大小呢?
(2)实验时,可以把 a 、 b 、 c 、 d 四根金属丝分别接入电路中,则

序号	材料	长度/m	横截面积/ mm^2
a	铜丝	1	1
b	镍铬合金丝	1	0.5
c	铜丝	1	0.5
d	铜丝	0.5	1

①探究导体电阻跟导体横截面积的关系时,应选用_____两根金属丝.

②该同学选用 a 、 d 两根金属丝连入电路,你认为他的探究问题是:_____?

【答案】
(1)在同一电路中,通过与导体串联的电流表示数的大小来反映电阻的大小.
(2)① a 、 c ;②电阻的大小与长度有关吗?

【解析】
电阻是导体对电流的阻碍作用,电压是形成电流的原因,所以当同一电源提供相同电压时,可以通过电流表示数大小判断电阻的大小.影响电阻大小的因素包括材料、长度和横截面积等,需要通过控制变量的方法进行实验探究.研究电阻与横截面积的关系时,应保证材料和长度相同,改变金属丝的横截面积,并观察电流表示数大小. a 、 d 两根金属丝长度不同,材料和横截面积相同,用于探究电阻与长度的关系. (续完)