研究对象的选取与应用

北京景山学校教师 朱亚平

确定研究对象是解决问题的重要环节。灵活选取对象往往能简化问题，有利于问题顺利解决。

一、以整体为研究对象，简化受力分析

力是物理间的相互作用，在多个物体组成的系统中，单个物体的受力比较复杂，如果需要确定外界与系统的作用力，只要系统内每个物体加速度相同，受力分析时就可以把这几个物体看作整体处理。需要注意，加速度为零时，对应静止和匀速运动两个状态。

【例1】在粗糙水平面上放着一个三角形木块abc，在它的两个粗糙斜面上分别放有质量为m_1和m_2的两个物体，$m_1>m_2$，如图1所示，若m_1和三角形木块静止，而m_2匀速下滑，那么粗糙水平面与三角形木块之间有没有摩擦力呢？

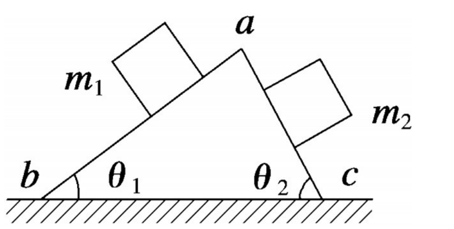


图1

【分析】试题涉及的对象较多，有的静止，有的匀速，但不管静止还是匀速，从受力角度看，都满足合力为零，满足看作整体的条件。问题是关于地面和三角形木块间的作用力的，因此优先选择整体法，将m_1、m_2和三角形木块看作整体，进行受力分析。三个重力和地面支持力的方向如图2所示，都为竖直方向，且整体所受合力为零。因此，粗糙水平面与三角形木块之间没有摩擦力作用。

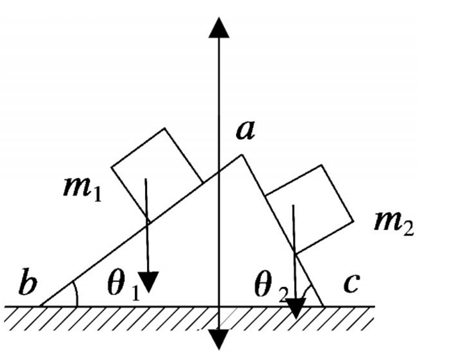


图2

这里可以用假设法。如果存在摩擦力，摩擦力的方向平行接触面，也就是说位于水平方向。而水平方向没有其他力与之抵消，这样就与"整体都处于平衡状态"矛盾了，所以没有摩擦力。

当m_1和m_2都匀速下滑时，也都处于平衡态，可以将三者看作一个整体进行受力分析，因为它们各自都处于受力平衡的状态。

【例2】如图3所示，物体A靠在竖直墙面上，在力F作用下，A、B保持静止。物体A受到哪几个力作用，图4中的乙丙丁戊四个受力分析，哪个是正确的呢？

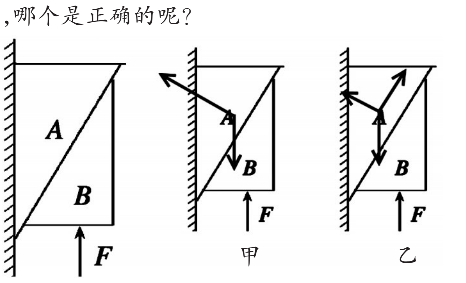


图3

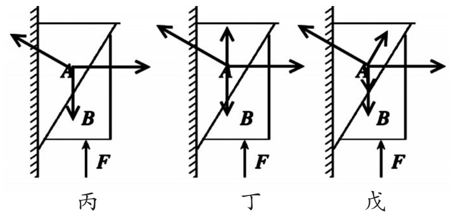


图4

【分析】题目问的是A的受力分析情况，自然要以A为研究对象，进行受力分析。A受到重力、B施加的弹力作用，这两个力是确定存在的。A与B之间是否存在摩擦力？与墙壁之间是否存在弹力、摩擦力？单从受力平衡的可能性看，图4中的乙、丙、丁、戊都有可能使A处于平衡态。实际上，这几种受力的可能性都存在吗？

换个角度，以AB为整体进行受力分析，因为它们都处于静止状态，所以可以看作整体进行受力分析。AB整体在竖直方向上受到竖直向下的重力，和竖直向上的外力F作用，如果墙壁对A有弹力作用，弹力方向是水平向右的，而水平方向没有其他力了，这与AB整体静止、水平方向合力为零矛盾。因此，墙壁与A之间没有弹力作用，没有弹力也不会存在摩擦力（弹力是产生摩擦力的必要条件）。

因此，丙、丁、戊都不正确，乙图正确。

二、灵活转换研究对象，解决复杂问题

静摩擦力是被动力，没有直接计算其大小的物理规律，因此考生觉得与静摩擦力有关的问题有难度，容易出错，尤其是多个物体互相牵连，分析哪个面上的摩擦力先达到最大值的问题。对多个物体组成的连接体，在进行受力分析时，通过灵活转换研究对象，可简化问题的难度。

【例3】如图5所示，光滑水平面上放置质量分别为m和$2m$的四个木块，其中两个质量为m的木块间用可伸长的轻绳相连，木块间的最大静摩擦力是μmg。现用水平拉力F拉其中一个质量为$2m$的木块，使四个木块以相同的加速度运动，则轻绳对m的最大拉力为（　）

A.$\frac{3\mu mg}{5}$　B.$\frac{3\mu mg}{4}$　C.$\frac{3\mu mg}{2}$　D.$3\mu mg$

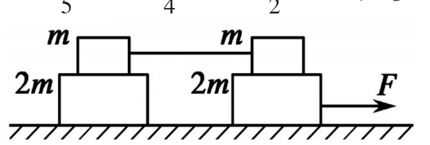


图5

【分析】这个情景中的研究对象较多，有四个木块组成。通过受力分析可知，系统的加速度越大，轻绳的拉力越大。因为四个物块要一起运动，不能出现相对运动，所以加速度受到最大静摩擦力的制约。当某个面上的摩擦力达到最大值时，对应最大拉力。如何确定哪个接触面上的摩擦力先达到最大值呢？

观察图6中的受力分析，通过转换对象，比较容易分析出结果。木块1和木块3受到的摩擦力是动力，木块3受到的摩擦力和木块2受到的摩擦力等大。以木块1和木块2为整体，因为向右加速，所以木块1受到的摩擦力大于木块2受到的摩擦力。由此得出木块1和木块4之间的摩擦力最先达到最大值的结论。

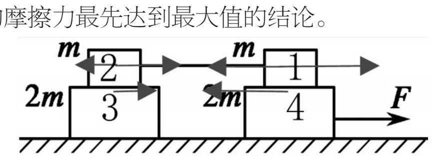


图6

接下来以木块1、木块2、木块3为整体进行研究，列牛顿第二定律方程，$\mu mg=4ma$，再以木块1、木块2为研究对象，列牛顿第二定律方程，拉力$T=4ma$，最后解出结果。答案选B。

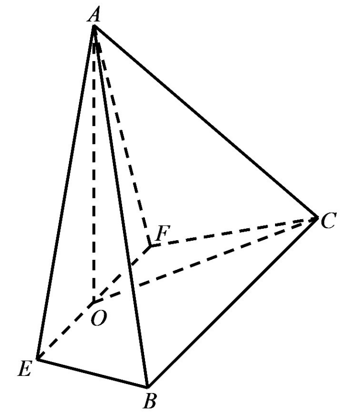
（未完待续）

浅谈立体几何学习中的"一二三"

北京市朝阳外国语学校教师 刘 嘉

（续4月20日第1627期）

【例4】如图，在四棱锥$A-EFCB$中，$\triangle AEF$为等边三角形，平面$AEF\perp$平面$EFCB$，$EF\parallel BC$，$BC=4$，$EF=2a$，$\angle EBC=\angle FCB=60°$，$O$为$EF$的中点．



（Ⅰ）求证：$AO\perp BE$；

（Ⅱ）求二面角$F-AE-B$的余弦值；

（Ⅲ）若$BE\perp$平面AOC，求a的值．

【分析】（Ⅰ）依然是对平行和垂直关系的考查．由于题目中给出了"平面$AEF\perp$平面$EFCB$"的条件，而从垂直关系的知识网络图可以发现，面面垂直只有一种用法，即面面垂直的性质定理，由其得出线面垂直．结合本题分析，便可知只需证明$AO\perp$平面$BEFC$即可．

（Ⅱ）求二面角的余弦值，利用向量方法解决即可．只需建立适当的坐标系，并求出半平面FAE和半平面BAE的法向量，并利用$|\cos\theta|=|\cos<\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2>|=\left|\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}\right|$求解即可．

（Ⅲ）本题虽不是存在性问题，但解决方法类似．即通过BE垂直平面AOC内两条相交直线，利用向量数量积为零，列出方程解出a值即可．

【解】（Ⅰ）因为$\triangle AEF$是等边三角形，O为EF的中点，

所以$AO\perp EF$．

又因为平面$AEF\perp$平面$EFCB$，$AO\subset$平面AEF，

所以$AO\perp$平面$EFCB$．

所以$AO\perp BE$．

（Ⅱ）取BC中点G，连结OG．

由题设知$EFCB$是等腰梯形，

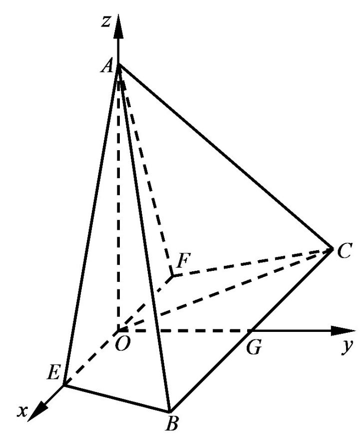
所以$OG\perp EF$．

由（Ⅰ）知$AO\perp$平面$EFCB$，

又$OG\subset$平面$EFCB$，

所以$OA\perp OG$．

如图建立空间直角坐标系$O-xyz$，



则$E(a,0,0)$，$A(0,0,\sqrt{3}a)$

$B(2,\sqrt{3}(2-a),0)$，$\overrightarrow{EA}=(-a,0,\sqrt{3}a)$，

$\overrightarrow{BE}=(a-2,\sqrt{3}(a-2),0)$．

设平面AEB的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EA}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE}=0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}-ax+\sqrt{3}az=0,\\ (a-2)x+\sqrt{3}(a-2)y=0.\end{cases}$

令$z=1$，则$x=\sqrt{3}$，$y=-1$．于是$\boldsymbol{n}=(\sqrt{3},-1,1)$．

平面AEF的法向量为$\boldsymbol{p}=(0,1,0)$．

所以$\cos<\boldsymbol{n},\boldsymbol{p}>=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{p}|}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$．

由题知二面角$F-AE-B$为钝角，所以它的余弦值为$-\frac{\sqrt{5}}{5}$．

（Ⅲ）因为$BE\perp$平面AOC，所以$BE\perp OC$，即$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{OC}=0$．

因为$\overrightarrow{BE}=(a-2,\sqrt{3}(a-2),0)$，$\overrightarrow{OC}=(-2,\sqrt{3}(2-a),0)$，

所以$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{OC}=-2(a-2)-3(a-2)^2$．

由$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{OC}=0$及$0<a<2$，解得$a=\frac{4}{3}$．

通过上述两个例题的解答，考生可以发现立体几何解答题中常见的三类问题．第一类问题，即平行垂直关系判定相关问题，一般是利用相应几何定理，从几何上予以证明．第二类问题，即空间角的相关计算问题，一般是通过建立空间直角坐标系，利用向量方法予以解决．第三类问题，空间存在性问题，一般也是利用向量方法，通过寻找"存在"的等价条件列出方程计算求解．

考生要掌握这种方法，熟悉这两种关系，解决这三个问题．做好这"一二三"，对学好立体几何很有帮助．

（续 完）

责编/刘海燕　版式/马婷婷　热线/82837130　邮箱/kaoshibao@bjeea.cn