

平面向量的复习

北京市第八十中学教师 王坤

一、平面向量的线性运算

【学习要点】

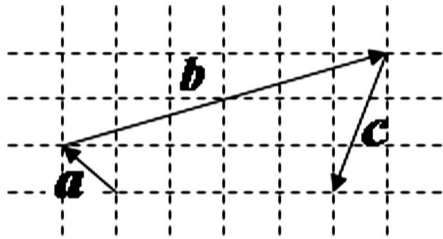
1. 能够准确掌握和辨析零向量、单位向量、平行向量、共线向量、相等向量、相反向量等概念;

2. 能够用符号、坐标和图形三种形式表示向量及对应的加法、减法和数乘向量;

3. 了解平面向量基本定理的意义,能够利用平面向量基本定理解决问题.

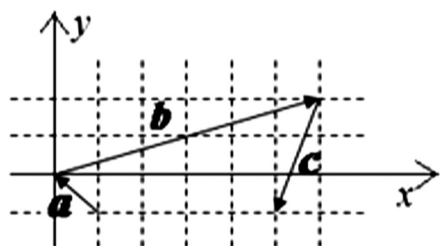
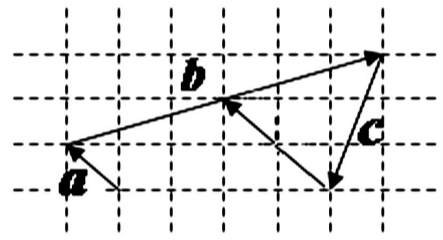
【经典例题】

例1:向量 a, b, c 在正方形网格中的位置如图所示.



若 $c = \lambda a + \mu b (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$, 则 $\frac{\lambda}{\mu} =$ _____.

解法一: 如下图, 易知 $2a + \frac{1}{2}b + c = 0$, 所以 $c = -2a - \frac{1}{2}b$, 即 $\lambda = -2, \mu = -\frac{1}{2}$, 所以 $\frac{\lambda}{\mu} = 4$.



解法二: 设网格宽度为1, 建立如上图平面直角坐标系, 则 $a = (-1, 1), b = (4, 2), c = (-1, -2)$, 因此 $\lambda = -2, \mu = -\frac{1}{2}$, 所以 $\frac{\lambda}{\mu} = 4$.

例2: 已知 O 是 A, B, C 所在平面内一点, 且 $\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$. 求证: A, B, C 三点共线 $\Leftrightarrow \lambda + \mu = 1$.

解析: 先证必要性. 因为 A, B, C 三点共线, $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{CB}$, 则存在 $k \in \mathbb{R}$, 使得 $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{CB}$, 即 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = k(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC})$, 则 $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{1+k} \overrightarrow{OA} + \frac{k}{1+k} \overrightarrow{OB}$, 由题知 $\lambda = \frac{1}{1+k}, \mu = \frac{k}{1+k}$, 所以 $\lambda + \mu = 1$. 再证充分性. 因为 $\lambda + \mu = 1$, 所以 $\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OA} + (1-\lambda) \overrightarrow{OB}$, 所以 $\lambda(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) = (1-\lambda)(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC})$, 即 $\lambda \overrightarrow{AC} = (1-\lambda) \overrightarrow{CB}$, 所以 $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{CB}$, 所以 A, B, C 三点共线.

【练习提升】

1. 设 D 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{CD}$, 则

(A) $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

2. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 设 A, B, C 为三角形的三个顶点, 点 D 在直线 BC 上, 若 $\overrightarrow{AD} = a_1 \overrightarrow{AB} + a_{2010} \overrightarrow{AC}$, 则 $S_{2010} =$ _____.

【练习答案】

1. A 2. 1005

【注意事项】

因为零向量的特殊性, 要注意有关线性运算结论的严密性. 比如, $a \parallel b, b \parallel c$ 不能推出 $a \parallel c$; 再如, $a = \lambda b$ 不是 $a \parallel b$ 的充要条件等.

二、平面向量的数量积运算

【学习要点】

- 能够理解平面向量数量积的含义及其物理意义;
- 能够运用平面向量数量积的坐标表达式, 进行数量积运算;
- 能够运用平面向量数量积解决向量夹角和模等问题.

【经典例题】

例1: 设向量 a, b 满足 $|a+b| = \sqrt{10}, |a-b| = \sqrt{6}$, 则 $ab =$ _____.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5

解: 由 $|a+b| = \sqrt{10}$, 得 $a^2 + b^2 + 2ab = 10$, 由 $|a-b| = \sqrt{6}$, 得 $a^2 + b^2 - 2ab = 6$, 两式相减, 可得 $ab = 1$. 故选A. (未完待续)

从图文资料中获取、解读、应用信息的策略方法

北京理工大学附中通州校区教师 王翔宇

(续2021年12月29日第1601期)

【例2】阅读图文资料, 完成下列要求. 剑麻是一种热带经济作物. 自1999年, 中国某公司在坦桑尼亚的基洛萨附近投资兴建剑麻农场. 据图指出, 中国公司在基洛萨附近兴建剑麻农场的有利条件.

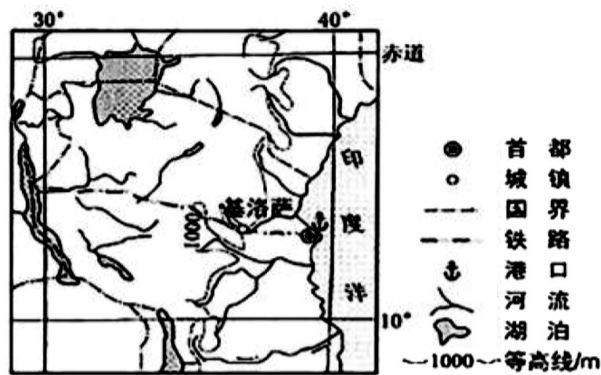


图4 坦桑尼亚区域图

(一) 读取图文材料, 提取要素信息

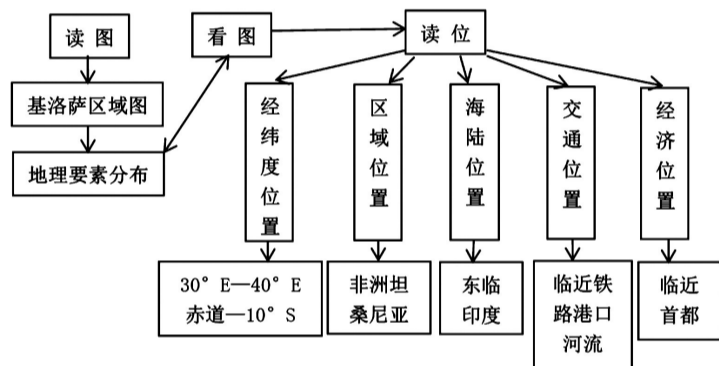


图5 图像信息纲要图

(二) 分析问题, 判读得出关联信息

【问题路线】据图——中国在基洛萨附近建场区位优势.

【解读】题干明确指出据图分析答案. 根据环节一所提取的区域位置信息, 从自然条件和社会条件两个方面进行关联分析, 判读该地的交通、土地、劳动力的区域特征, 进而得出该地区兴建剑麻农场的有利条件为气候适宜、交通便利、劳动力充足.

(三) 运用有效信息, 规范术语表达

区位优势: ①热带地区, 气候适宜; ②劳动力充足且廉价; ③土地面积广价格低; ④临近铁路、港口, 对外交通便利.

【例3】北京市某校学生到京郊进行地理实践活动.

活动一: 村落交通状况考察. 判断某同学站在甲地能否观察到停车场, 绘制剖面图并说明理由.

【分析过程】

绘图的实质是将图中提取的关键信息进行再加工的过程. 所绘图示的准确性与提取信息的有效性密切相关. 因此, 绘图的过程依然可以运用从图文资料中提取信息的一般策略.

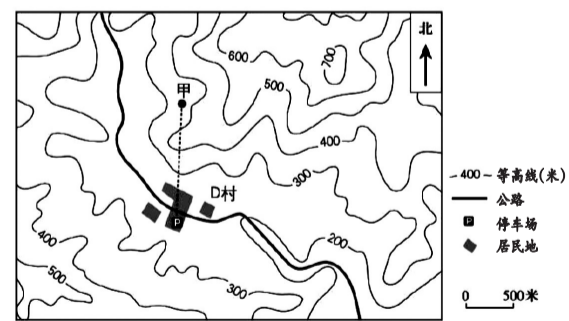


图6 区域等高线示意图

(一) 读取图文材料, 提取有效信息

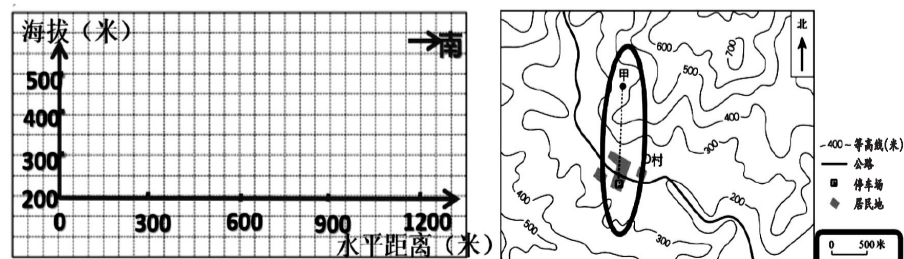


图7 绘图过程示意图1

读等高线地形图, 整体判读从甲到停车场的海拔高度变化趋势, 确定纵向坐标轴. 据图获取比例尺信息, 计算从甲到停车场的水平距离, 构建横坐标.

(未完待续)