

初三数学复习指导

# 攻克二次函数中高难度题

北京市第一〇一中学教师 邱静



## 你知道港珠澳大桥吗？

北京市陈经纶中学帝景分校高级教师

庄蕾蕾

2018年10月23日港珠澳大桥正式开通，港珠澳将形成“一小时生活圈”，广阔的伶仃洋天堑变通途。

1.港珠澳大桥连起世界最具活力的经济区，对促进香港、澳门和珠江三角洲西岸地区的经济社会发展，打造粤港澳大湾区城市群成为世界第四大湾区经济带具有重要战略意义。港珠澳大桥的建设( )

- ①有利于践行“一国两制”方针，维护祖国统一
- ②有利于粤港澳地区相互交流，实现同步富裕
- ③有利于促进粤港澳地区互通有无、合作共赢
- ④有利于巩固平等团结互助和谐的新型民族关系

A. ①② B. ①④  
C. ③④ D. ①③

2.被誉为“现代世界七大奇迹”之一的港珠澳大桥，建设难度极大，新材料、新工艺、新设备、新技术层出不穷，仅专利就达400项之多，在多个领域填补了空白。这些重大科技成果将极大地推动我国的社会主义现代化建设，提高我国在国际上的地位和竞争力。这表明( )

- ①科技创新能力越来越成为综合国力竞争的决定性因素
- ②我国实施科教兴国人才强国战略和创新驱动发展战略
- ③我国科技领域取得巨大成就，自主创新能力增强
- ④我国科技水平不断提高，已领先于世界其他国家

A. ①②③ B. ①②④  
C. ①③④ D. ②③④

3.2017年12月21日，广东省在珠海召开港珠澳大桥主体工程车辆通行收费标准听证会，就定价方案广泛听取各方意见。这是公民通过( )参与政治生活，管理国家和社会事务。

- A. 民主选举 B. 民主决策
- C. 民主管理 D. 民主监督

4.港珠澳大桥建设者们历时8年，克服了土质、天气、环境等各种难题，建成了世界公路建设史上技术最复杂、施工难度最高、工程规模最庞大的桥梁，是中国从桥梁大国走向桥梁强国的里程碑之作。港珠澳大桥建设者们的事迹告诉我们( )

- ①实现中国梦需要开拓创新、艰苦奋斗精神
- ②要有报效祖国、奉献社会的责任感
- ③艰苦奋斗精神就是要埋头苦干、节衣缩食
- ④人生的真正价值在于对他人和社会的贡献

A. ①②③ B. ①③④  
C. ②③④ D. ①②④

5.港珠澳大桥还是一座有“颜值”的“生态”桥。三座通航斜拉桥——“中国结”“海豚”“风帆”各具特色，兼顾了人文与自然的融合。为不影响白海豚的生长环境，施工前科研人员对白海豚做了大量的研究和观测，在施工过程中采取了一系列的保护措施。对“白海豚”的保护体现了( )

- ①尊重自然、保护自然，与自然和谐相处
- ②重视生态文明建设，建设美丽中国
- ③保护动物不受伤害是我国当前的中心工作
- ④增强保护环境的意识，贯彻绿色发展理念

A. ①②③ B. ①②④  
C. ②③④ D. ①③④

答案:1.D 2.A 3.B 4.D 5.B

关注重点题型，提高复习效率。我们将通过固定题型的讲解，复习基本知识方法，渗透数学思想，提升解题水平。本期讲解“二次函数中档题”。

二次函数的中档和中档偏上的主要类型有：

### 一、求函数值范围、求最值

二次函数的最值在实际应用中常常与自变量的取值范围密切相关。根据二次函数对称轴的位置，函数在所给自变量的范围的图象形状各异。如果对称轴和取值范围给定，可分为对称轴在取值范围内和取值范围外两种情况；若对称轴在取值范围内，顶点为最值点，离对称轴较远的一个端点为另一个最值点；如果对称轴、取值范围不能确定，则要分类讨论。

**【例题1】**抛物线  $y_1=x^2+bx+c$  与直线  $y_2=-2x+m$  相交于 A(-2,n)、B(2,-3) 两点。

- (1)求这条抛物线的解析式；
- (2)若  $-4 \leq x \leq 1$ ，则  $y_2-y_1$  的最小值为\_\_\_\_\_。

**解：**①将两点代入函数解析式得到  $y_1=x^2-2x-3$ ，②  $y_2-y_1=-x^2+4$ ，当  $x=-4$  时候，最小值为-12。

**【例题2】**在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线  $y=x^2-(m-1)x-m$  ( $m>0$ ) 与 x 轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C。

- (1)求点 A 的坐标；
- (2)当  $S_{\triangle ABC}=15$  时，求该抛物线的表达式；

(3)在(2)的条件下，经过点 C 的直线  $l:y=kx+b$  ( $k<0$ )：与抛物线的另一个交点为 D。该抛物线在直线 l 上方的部分与线段 CD 组成一个新函数的图象。请结合图象回答：若新函数的最小值大于-8，求 k 的取值范围。

**解：**(1)∵ 抛物线  $y=x^2-(m-1)x-m$  ( $m>0$ ) 与 x 轴交于 A、B 两点，∴ 令  $y=0$ ，即  $x^2-(m-1)x-m=0$ 。解得  $x_1=-1, x_2=m$ 。又∵ 点 A 在点 B 左侧，且  $m>0$ ，∴ 点 A 的坐标为(-1,0)。

(2)由(1)可知点 B 的坐标为(m,0)。∴ 抛物线与 y 轴交于点 C，∴ 点 C 的坐标为(0,-m)。

∵  $m>0$ ，∴  $AB=m+1, OC=m$ 。

∴  $S_{\triangle ABC}=15$ ，∴  $\frac{1}{2}(m+1)m=15$ 。

∴  $m=-6$  或  $m=5$ 。

∵  $m>0$ ，∴  $m=5$ 。

∴ 抛物线的表达式为  $y=x^2-$

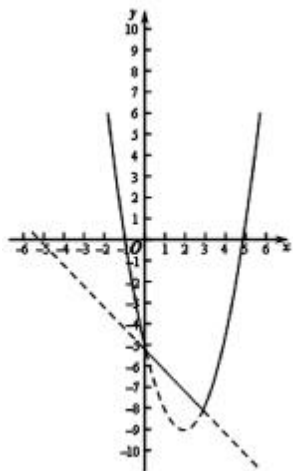
$4x-5$ 。

(3)由(2)可知点 C 的坐标为(0,-5)。∴ 直线  $l:y=kx+b$  ( $k<0$ )：经过点 C，∴  $b=-5$ 。

∴ 直线 l 的解析式为  $y=kx-5$  ( $k<0$ )。∴  $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$ 。

∴ 当点 D 在抛物线顶点处或对称轴左侧时，新函数的最小值为-9，不符合题意。当点 D 在抛物线对称轴右侧时，新函数的最小值有可能大于-8。令  $y=-8$ ，即  $x^2-4x-5=-8$ 。解得  $x_1=1$  (不合题意，舍去)， $x_2=3$ 。∴ 抛物线经过点(3,-8)。

当直线  $y=kx-5$  ( $k<0$ ) 经过点(3,-8)时，可求得  $k=-1$ 。由图象可知，当  $-1<k<0$  时新函数的最小值大于-8。



### 二、和“定”图象有交点

这类问题主要是通过转化思想，将“不等”问题转化为“相等”来处理，具体为先研究极端情况，再观察图象得到范围。

**【例题3】**在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线  $y=x^2+mx+n-1$  的对称轴为  $x=2$ 。

- (1)m 的值为\_\_\_\_\_；
- (2)若抛物线与 y 轴正半轴交于点 A，其对称轴与 x 轴交于点 B，当  $\triangle OAB$  是等腰直角三角形时，求 n 的值；

(3)点 C 的坐标为(3,0)，若该抛物线与线段 OC 有且只有一个交点，求 n 的取值范围。

**解：**(1)-4。 (2)  $y=x^2-4x+n-1$ ，A(0,n-1), B(2,0),  $n-1=2, n=3$ 。

(3)如图1，当抛物线顶点在 x 轴上时， $n=5$ ，

如图2，当抛物线过点 C(3,0)时， $n=4$ ，

如图3，当抛物线过原点时，

$n=1$ ，结合图象可得， $1 \leq n < 4$  或  $n=5$ 。

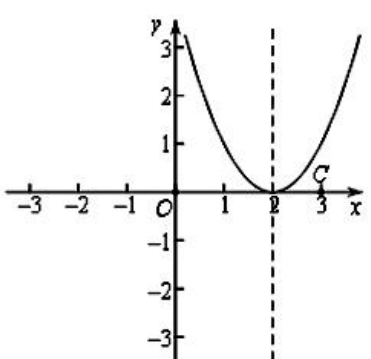


图1

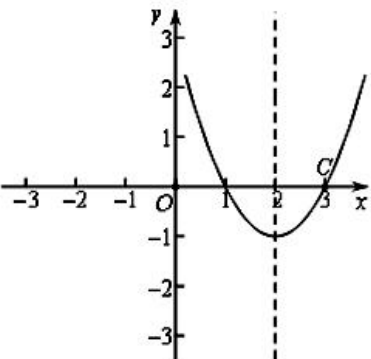


图2

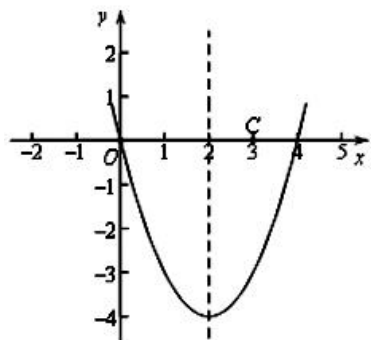


图3

(未完待续)

